



Early Journal Content on JSTOR, Free to Anyone in the World

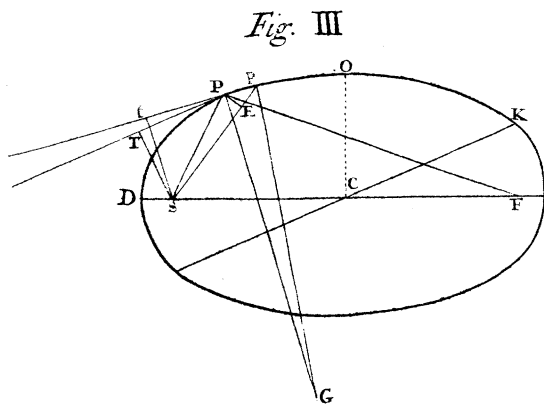
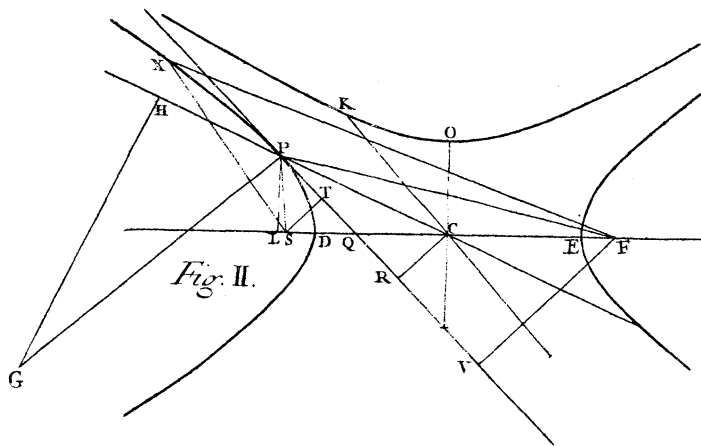
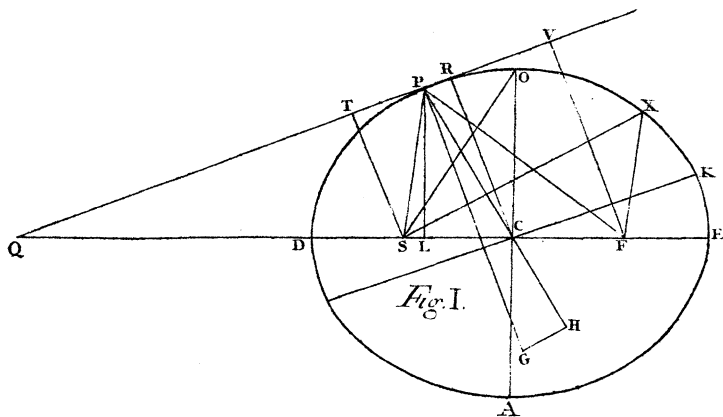
This article is one of nearly 500,000 scholarly works digitized and made freely available to everyone in the world by JSTOR.

Known as the Early Journal Content, this set of works include research articles, news, letters, and other writings published in more than 200 of the oldest leading academic journals. The works date from the mid-seventeenth to the early twentieth centuries.

We encourage people to read and share the Early Journal Content openly and to tell others that this resource exists. People may post this content online or redistribute in any way for non-commercial purposes.

Read more about Early Journal Content at <http://about.jstor.org/participate-jstor/individuals/early-journal-content>.

JSTOR is a digital library of academic journals, books, and primary source objects. JSTOR helps people discover, use, and build upon a wide range of content through a powerful research and teaching platform, and preserves this content for future generations. JSTOR is part of ITHAKA, a not-for-profit organization that also includes Ithaka S+R and Portico. For more information about JSTOR, please contact support@jstor.org.



I have computed this Table so far, that the Reader may see in what manner this Method Approximates; this whole Work, as it appears, costing a little more than three Hours time.

V. *Proprietates quædam simplices Sectionum Conicarum ex natura Focorum deductæ; cum Theoremate generali de Viribus Centripetis; quorum ope Lex Virium Centripetarum ad Focos Sectionum tendentium, Velocitates Corporum in illis revolvantium, & Descriptio Orbium facillime determinantur. Per Abr. de Moivre. R. S. Soc.*

Sit DE Axis Transversus Ellipseos, AO Axis alter, & C centrum Sectionis. Sit P punctum quodvis in circumferentia ejus; PQ Tangens curvæ ad P , occurrens Axi Transverso ad Q ; puncta S, F Foci; CP, CK semidiametri Conjugatæ; PH Semilatus rectum ad diametrum PC ; PG normalis ad Tangentem, cui occurrat HG , perpendicularis ipsi PC , in puncto G , ut fiat PG radius Curvaturæ Ellipseos in puncto P : sint etiam ST, CR, FV perpendiculares in Tangentem PQ demissæ: Jungatur SO , & demittatur in Axem normalis PL . His positis, Dico quod,

I. *Rectangulum sub distantis ab utroque Ellipseos Foco, five $SP \times PF$ æquale est quadrato Semidiametri CK .*

Demonstratio.

$$PSq = PCq + CSq - 2CS \times CL \text{ per 13. II. Elem.}$$

$$PFq = PCq + CSq + 2CS \times CL \text{ per 12. II. Elem.}$$

$$\text{Unde } PSq + PFq = 2PCq + 2CSq.$$

$$\text{Jam } PS + PF = DE = 2CD; \text{ ac propterea}$$

$$PSq + PFq + 2PS \times PF = 4CDq. \quad \text{Quare}$$

Quare transponendo, $2PS \times PF = 4CDq - 2PCq - 2CSq$.

Ac Dimidiando $PS \times PF = 2CDq - PCq - CSq$.

Est autem $CS \text{ quad.} = CD \text{ quad.} - CO \text{ quad.}$, atque adeo

$PS \times PF = CDq + COq - PCq$.

Sed $CDq + COq = PCq + CKq$. per 12. VII. Conic. Apollonii.

Quare $PS \times PF = CKq$. Q. E. D.

II. *Distantia à Foco SP est ad perpendicularem in Tangentem demissam, ut Semidiameter Conjugata CK ad Semiaxem minorem CO.*

Demonstratio.

Ob similia Triangula SPT , FPV , erit $PS : PF :: ST : FV$; ac componendo $PS + PF$ erit ad $ST + FV$, & earundem dimidia CD ad CR , ut PS ad ST . Unde $CD \times CK$ erit ad $CR \times CK$ ut PS ad ST . Sed $CR \times CK$ æquale est rectangulo sub Semiaxibus CD in CO , per 31. VII. Conic. Proinde PS est ad ST ut CD in CK ad $CD \times CO$, sive ut CK ad CO . Ac pari argumento demonstrabitur PF esse ad FV in eadem ratione. Q. E. D.

III. *In eadem etiam est ratione Semiaxis Transversus CD ad normalem è centro C ad Tangentem demissam, sive ad CR .*

Etenim cum rectangulum $CR \times CK$ æquale sit rectangulo $CD \times CO$, uti jam dictum est, erit ἀνλόγον CD ad CR ut CK ad CO . Q. E. D.

IV. *Semidiameter quævis PC est ad distantiam puncti P à foco S , sive ad SP , ut distantia ab altero Foco FP ad dimidium lateris recti ad Verticem P pertinentis, sive ad PH .*

Hoc autem manifestum est ob Propr. I. cum nempe quadratum ex CK æquale sit rectangulo sub $SP \times PF$.

V. *Rectangulum Semiaxium $CD \times CO$ est ad quadratum semidiametri conjugata CK , ut CK ad Radium Curvature in puncto P , sive ad PG .*

Sunt

Sunt enim Triangula PCR , PGH inter se similia, unde CR est ad PC , ut femilatus rectum PH ad PG :

hoc est, per præmissam Proprietatem III, $\frac{CD \times CO}{CK} =$

CR est ad PC ut $\frac{CK^2}{PC} = PH$ ad $\frac{CK^3}{CD \times CO} = PG$.

proinde $\alpha\lambda\lambda\alpha\gamma\omicron\nu$ $CD \times CO : CK^2 :: CK : PG$. Q.E.D.

THEOREMA GENERALE I.

Vis centripeta ad idem punctum S tendens, in Curvis omnibus, est semper proportionalis Quantitati $\frac{SP}{PG \times ST^3}$

Hoc Theorema ante plures annos à me investigatum & cum amicis communicatum, propriis demonstrationibus firmavere Geometræ Clarissimi D. J. Bernoullius in *Act. Lipsiæ*; D. J. Keillius in harum *Transact.* N. 317. & D. Jac. Hermannus in *Phoronomiâ* suâ pag. 70. quos vide.

Scribendo autem CK^3 pro PG , per *Propr. V*; & $\frac{SP}{CK}$ juxta *Propr. II*, pro ST ; (ob datas scilicet CD , CO) erit *Vis centripeta* tendens ad focum Ellipseos S , semper ut $\frac{SP \times CK^3}{CK^3 \times ST^3}$, hoc est ut $\frac{SP}{SP^3}$ vel $\frac{1}{SP^2}$, nempe reciprocè ut quadratum ex SP . Unde patet quod si Sectio fuerit Ellipsis motu corporis descripta, erit *Vis Centripeta* ut quadratum distantiae à centro Virium reciprocè. Ex his Proprietatibus consequuntur Corollaria nonnulla notatu non indigna.

Coroll 1. Velocitas Corporis in Ellipsi revolventis, ad punctum quodlibet P , est ad Velocitatem revolventis in circulo ad eandem distantiam SP à centro Virium, in subdupla ratione distantiae ab altero foco PF , ad Semiaxem transversum Sectionis, sive ut media proportionalis inter PF & CD ad CD .

Est enim velocitas revolventis in Ellipsi ad distantiam SP , ad Velocitatem revolventis in Circulo vel Ellipsi ad dist.

distantiam Semiaxis CD vel SO , ut CO ad ST ; hoc est per *Prop.* II. ut \sqrt{PF} ad \sqrt{SP} . Velocitas autem revolventis in Circulo ad distantiam CD est ad velocitatem revolventis in Circulo ad distantiam SP , ut \sqrt{SP} ad \sqrt{CD} . Ex æquo igitur, Velocitas revolventis in Ellipsi ad distantiam SP , est ad Velocitatem revolventis in Circulo ad eandem distantiam ut \sqrt{PF} ad \sqrt{CD} .

Coroll. 2. Ex datis Velocitate in Ellipsi, positione Tangentis, & centro Virium seu Foco, facile est determinare Focum alterum.

Sit enim Velocitas Data R ; ea autem Velocitas quæ describeretur Circulus ad datam à centro distantiam SP sit Q ; ac per *Coroll.* præcedens, R est ad Q ut \sqrt{PF} ad \sqrt{CD} , adeoque Q est ad RR ut CD ad PF , & $2QQ - RR$ erit ad RR ut SP ad PF : Datur autem SP ; data est igitur PF magnitudine. Datur etiam positione, ob angulum VPF angulo SPT æqualem. Datur igitur punctum F alter Focorum: Quo invento primum est Sectionem describere.

Si vero $\frac{1}{2} RR$ majus fuerit quadrato ex Q , $2QQ - RR$ fit quantitas Negativa, & loco Ellipseos Trajectoria describenda in Hyperbolam transit. Eritque $RR - 2QQ$ ad RR ut SP ad PF distantiam alterius Foci, ad alterum Tangentis latus ponendam, ut habeatur Focus F . Proprietates autem omnes quas in Ellipsi demonstravimus; mutatis mutandis etiam Hyperbolæ competunt. *Fig.* II.

Quod si acciderit QQ æquale esse dimidio quadrati ex R ; evanescente quantitate $2QQ - RR = 0$, quarta proportionalis PF fit infinita: proinde Trajectoria describenda Parabolica est, Foco scilicet altero in infinitum abeunte. Axis autem Trajectoriæ positione datur; est enim ipsi PF parallelus, existente scilicet angulo FPV angulo dato SPT æquali.

Coroll. 3. Velocitas revolventis in data Sectione Conica ad distantiam SP est ad Velocitatem ejusdem ad distantiam aliam SX , ut media proportionalis inter FP & SX ad mediam proportionalem inter SP & FX . Velo-

Velocitas enim in P est ut $\sqrt{\frac{FP}{SP}}$ (per propr. II.) & per eandem, Velocitas in X est ut $\sqrt{\frac{FX}{SX}}$. Unde manifesta est propositio.

Coroll. 4. Ratio etiam Velocitatum duorum Corporum in eodem Systemate, sed in datis Coniectionibus diversis, revolventium, datis utriusque à communi Orbium Foco distantis, ope Corollarii 1^{mi}. statim obtinebitur.

Cum enim Velocitas corporis in P sit ad Velocitatem in Circulo ad eandem distantiam SP , ut \sqrt{PF} ad \sqrt{CD} ; & in alia supposita Coniectione, cujus Semiaxis cd & Foci S, f , ad distantiam Sp Velocitates illæ sint ut \sqrt{pf} ad \sqrt{cd} : Velocitas autem revolventis in circulo ad distantiam SP sit ad Velocitatem in Circulo ad distantiam Sp ut \sqrt{Sp} ad \sqrt{SP} ; Compositis rationibus, erit Velocitas in P ad Velocitatem in p , ut $\sqrt{PF} \times cd \times Sp$ ad $\sqrt{pf} \times CD \times SP$. Quod si Sectio illa altera fuerit Parabola, erunt cd, pf infinitæ, sed in ratione 1 ad 2; proinde ratio Velocitatum erit ut $\sqrt{PF} \times Sp$ ad $\sqrt{2CD \times SP}$.

Coroll. 5. Quod si in Hyperbola punctum P abeat in infinitum, ex præcedentibus manifestum est, Velocitatem ultimam ac minimam, qua cum corpus in æternum ascenderet, æqualem esse ei qua, ad distantiam CD Semiaxi transverso æqualem, Circulum describeret.

Coroll. 6. Ex data distantia à Foco, datur quoque Positio Tangentis, sive angulus SPT , sub distantia SP & Tangente PT contentus.

Est enim (per propr. II.) PS ad ST ut CK ad CO sive ut $\sqrt{SP} \times PF$ ad CO , atque ita Radius ad Sinum anguli SPT . At in Ellipsis Circulis præstaret angulum PST , ejusdem complementum ad quadrantem, inquirere: Hujus autem Sinus est ad Radium ut $\sqrt{SP} \times PF - CO$ q ad $\sqrt{SP} \times PF$.

Coroll.

Coroll. 7. Atque hinc consequuntur Velocitates quibuscum distantia SP crescunt vel decrescunt.

Nam cum, ex Corollario præcedente, $\sqrt{SP \times PF}$ sit ad $\sqrt{SP \times PF - CO} q$ ut Radius ad sinum anguli PST , ac in eadem sit ratione Velocitas Corporis in P ad Velocitatem momenti ipsius SP ; Velocitas autem illa in P sit (per propr. II.) ut $\sqrt{\frac{PF}{SP}}$; elisis superfluis, erit $\sqrt{\frac{SP \times PF - CO}{SP} q}$ Velocitati, qua crescit vel decrescit distantia SP , semper proportionalis.

THEOREMA GENERALE II.

In omni Trajectoria Curvilinea Velocitates angulares circa centrum Virium sunt reciproce proportionales quadratis distantiarum à centro.

Nam ob Sectorum minimorum Areas æquales, arcus angulis minimis subtensi sive Bases, sunt reciproce ut Radii: Anguli autem minimi quibus Bases æquales subtenduntur sunt etiam reciproce ut Radii. Proinde anguli Sectorum minimorum Area æqualium, sunt inter se reciproce in dupla ratione Radiorum, sive ut quadrata distantiarum.

Coroll. 8. Hinc Velocitates angulares revolvantium in diversis Ellipsis datis comparantur inter se.

Velocitates enim angulares quibuscum ad distantias Semiaxibus Transversis æquales circuli describerentur, sunt reciproce in ratione sesquialtera Axium, sive ut $\frac{1}{CD\sqrt{CD}}$.

Velocitates autem angulares has medias habent Corpora revolvantia, cum quadrata distantiarum æquantur rectangulis sub semiaxibus Ellipseon. Ideo (per Theor. II.) erit $SP q$ ad $CD \times CO$ ut $\frac{1}{CD\sqrt{CD}}$ ad $\frac{CO}{SP q \times \sqrt{CD}}$: quæ quidem Quantitas est ut Velocitas anguli ad centrum S , motu rectæ SP , tempore quam minimo dato, descripti.

Coroll. 9. Velocitas angularis qua circumgyratur Tangens PT , sive recta in Tangentem perpendicularis ST , est ad Velocitatem

locitatem angularem rectæ SP, ut Semiaxis transversus CD ad distantiam ab altero Foco PF.

Demonstratio.

In Fig. III. Sint puncta P, p , quamproxima inter se; ductisque SP, Sp , sint PT, pt duæ Tangentes, ad quas demittantur normales ST, St ; iisque parallelæ ducantur radii Curvaturæ PG, pG coeuntes in G : ac describatur, centro S & radio SP , arcus minimus PE occurrens ipsi Sp in E . Manifestum est angulum PGp æqualem esse angulo TSt , five angulari Velocitati normalis ST . Est autem angulus PSp angularis velocitas rectæ SP ; quare angulus PGp est ad angulum PSp ut angularis Velocitas ipsius ST ad angularem velocitatem rectæ SP ; hoc est, ut $\frac{Pp}{PG}$ ad $\frac{PE}{PS}$. Sed $Pp \cdot PE :: SP \cdot ST :: CK : CO$

(per propr. II). Hæ igitur Velocitates sunt ut $\frac{CK}{PG}$ ad $\frac{CO}{PS}$.

Pro PG scribe $\frac{CK^3}{CD \times CO}$ (per propr. V.) ac $\frac{CK}{PG}$ fiet $\frac{CD \times CO}{CK^3} = \frac{CD \times CO}{PS \times PF}$. Hinc $\frac{CD \times CO}{PS \times PF}$ erit ad $\frac{CO}{PS}$, five, deletis superfluis, CD ad PF , ut angulus TSt ad angulum PSp , five Velocitas angularis Tangentis ad angularem Velocitatem distantiae SP : proinde Velocitas qua circumgyratur Tangens, semper proportionalis est quantitati $\frac{CO \times \sqrt{CD}}{PF \times SP^2}$.

Pleraque horum Corollariorum ex aliis Conicarum Sectionum Proprietatibus deducta, vel facile deducenda, inveniet Lector in Sect. III. Lib. I. Princip. Nat. Philosophiæ.

F I N I S.